２０２１年　２０２第４問解答案　手直し版（→（３）の場合分けが抜けてたのを修正）
（１）
Aの出方を固定して考える。AとBが１回も同じ色にならないのは下の表のように１０通りである。

	1回目	2回目	3回目	4回目	5回目	6回目
A	赤	赤	青	青	白	白
B	青	青	白	白	赤	赤
	青	白	赤	白	赤	青
					青	赤
			白	赤	赤	青
					青	赤
	白	青	赤	白	赤	青
					青	赤
			白	赤	赤	青
					青	赤
	白	白	赤	赤	青	青

∴Aの出方を固定した場合、AとBが１回も同じ色にならないBの取り出し方は、各色のボール２つを区別して考えると、表の１０通りそれぞれに　$2\times2\times2$ 通りずつあるので $(2\times2\times2)\times10$ 通り。
さらに、6個のボールを戻すことなく１つずつ取り出すので、Bの取り出し方は全部で $6!$ 通り。
∴求める確率は

$$\frac{(2\times2\times2)\times10}{6!}=\frac{80}{720}=\frac{1}{9}$$

これはAの他の出方についても同様になる。

（２）１回目と２回目が同じ色で一致する場合（下表の赤赤）と１回目と２回目が異なる色で一致する場合（下表の赤青や赤白）で場合分けする必要がある。

１回目も２回目も同じ色で一致する場合の確率は、$\frac{2}{6}\times\frac{2}{6}\times\frac{1}{5}\times\frac{1}{5}$　（下表の赤赤）

１回目と２回目が異なる色で一致する場合の確率は、$\frac{2}{6}\times\frac{2}{6}\times\frac{2}{5}\times\frac{2}{5}$　（下表の赤青と赤白それぞれこの値）

	1回目	2回目
A	赤	赤
B	赤	赤
	1回目	2回目
A	赤	青
B	赤	青
	1回目	2回目
A	赤	白
B	赤	白

以上より求める確率は

$$\frac{「１回目同じ色」かつ「２回目同じ色」}{１回目同じ色}=\frac{「赤赤で一致」＋「赤青で一致」＋「赤白で一致」}{１回目A\text{と}B\text{共に赤}}$$

$$=\frac{\frac{2}{6}\times\frac{2}{6}\times\frac{1}{5}\times\frac{1}{5}+\frac{2}{6}\times\frac{2}{6}\times\frac{2}{5}\times\frac{2}{5}+\frac{2}{6}\times\frac{2}{6}\times\frac{2}{5}\times\frac{2}{5}}{\frac{2}{6}\times\frac{2}{6}}=\frac{9}{25}$$

（３）
求める条件付確率は

$$\frac{「3回目までに少なくとも1回色が一致」かつ「6回目までにちょうど2回色が一致」}{「3回目までに少なくとも1回色が一致」}$$

A の出方を固定して考える。

A を固定するとき、最初３つでは
（あ）○×△　（い）○○×　○×○　×○○　の２パターンで場合分けする必要がある。

（あ）となる確率は　$\dfrac{6\times4\times2}{6\times5\times4}=\dfrac{2}{5}$

∴（い）となる確率は　$1-\dfrac{6\times4\times2}{6\times5\times4}=\dfrac{3}{5}$

次に
3 回目まで 1 回も A と B が同じ色にならないときの B の出方の確率について

（あ）の場合、B の色の取り方の最初 2 回は、×○、×△、△○、△△のいずれかであるので

$$\frac{2\times2\times2}{6\times5\times4}+\frac{2\times2\times3}{6\times5\times4}+\frac{2\times2\times3}{6\times5\times4}+\frac{2\times1\times4}{6\times5\times4}=\frac{40}{6\times5\times4}=\frac{1}{3}$$

（い）の場合、B の色の取り方は、A×B○か A×B△で異なる。

A×B○のとき　$\dfrac{2\times4\times3}{6\times5\times4}$

A×B△のとき　$\dfrac{2\times3\times2}{6\times5\times4}$

$$\therefore\frac{2\times4\times3}{6\times5\times4}+\frac{2\times3\times2}{6\times5\times4}=\frac{36}{6\times5\times4}=\frac{3}{10}$$

以上より、3 回目まで 1 回も A と B が同じ色にならないときの確率は

$$\frac{2}{5}\times\frac{1}{3}+\frac{3}{5}\times\frac{3}{10}=\frac{47}{150}$$

∴3 回目までに少なくとも 1 回 A と B が同じ色になる確率は

$$1-\frac{47}{150}=\frac{103}{150}$$

次に、6 回目までに A と B の色が一致するのがちょうど 2 回となることを考える
（う）A○B○、A○B○　つまり同じ色で一致する場合
A○○××△△
B○○△△××
（え）A○B○、A×B×　つまり異なる色で一致する場合
A○○××△△
B○△×△○×

（う）の場合
A○B○、A○B○　なので、残りはA×B△、A×B△、A△B×、A△B×しかない

このようになるときのBの取り方の確率は　$\dfrac{2\times2\times2}{6!}$

一致するのが、○、×、△の3通り選べるから、$\dfrac{2\times2\times2}{6!}\times3$

（え）の場合
A○B○、A×B×なので、残りは　A○B△、A×B△、A△B○、A△B×しかない

このようになるときのBの取り方の確率は　$\dfrac{2\times2\times2\times2\times2\times2}{6!}$

一致するのが、○、×、△のうちから2種類選べるから、$\dfrac{2\times2\times2\times2\times2\times2}{6!}\times{}_3C_2$

（う）（え）より、「6回目までにちょうど2回色が一致」の確率は

$$\frac{2\times2\times2}{6!}\times3+\frac{2\times2\times2\times2\times2\times2}{6!}\times{}_3C_2=\frac{24+24\times8}{6!}=\frac{24\times9}{720}=\frac{3}{10}$$

求めたいのは、「3回目までに少なくとも1回色が一致」かつ「6回目までにちょうど2回色が一致」の確率なので
「6回目までにちょうど2回色が一致」の確率から
「3回目まで1回も色が一致しない」かつ「6回目までにちょうど2回色が一致」の確率を引けばよい。
「3回目まで1回も色が一致しない」かつ「6回目までにちょうど2回色が一致」の確率は
色が一致するタイミングが2回とも4回目～6回目であればよいので

固定したAの並び方について考えると　$\dfrac{3\times2\times4!}{6!}$

∴「3回目までに少なくとも1回色が一致」かつ「6回目までにちょうど2回色が一致」は

$$\frac{3}{10}-\frac{3}{10}\times\frac{3\times2\times4!}{6!}=\frac{3}{10}-\frac{3}{10}\times\frac{6}{30}=\frac{15-3}{50}=\frac{6}{25}$$

以上より
求める条件付確率は

$$\frac{\text{「3回目までに少なくとも1回色が一致」かつ「6回目までにちょうど2回色が一致」}}{\text{「3回目までに少なくとも1回色が一致」}}$$

$$=\frac{\dfrac{6}{25}}{\dfrac{103}{150}}=\frac{36}{103}$$